

Nome: \_\_\_\_\_

Número: \_\_\_\_\_

**Cotação:** (Espaço reservado para classificações)

1.a (10)	2.a (15)	4.a (15)	5.a (15)	6. a(10)	7.a (10)	8. (15)
1.b (15)	2.b (10)	4.b (15)	5.b (15)	6. b(15)	7.b (15)	9. (10)
	3.a (15)					

**Nota:** todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas. Nas perguntas de escolha múltipla as respostas erradas penalizam.

1. A caminho do emprego, todas as manhãs, a Rita costuma entrar numa pastelaria. Ao entrar ela escolhe aleatoriamente a bebida que vai consumir: Café simples com probabilidade 0.2, chá com probabilidade 0.3 e um galão com probabilidade 0.5. De acordo com a bebida escolhida a Rita pede ou não uma sandes mista: Se tiver escolhido café simples, pede a sandes com probabilidade 0.5, se tiver escolhido chá com probabilidade 0.7 e se tiver escolhido um galão com probabilidade 0.3 respectivamente.

- a. [10] Se se observar 10 dias escolhidos aleatoriamente qual a probabilidade de em exatamente 4 deles a Rita tomar café simples?

0.0881

0.9672

0.1876

0.0430

- b. [15] Vendo a Rita a comer uma sandes mista, qual a probabilidade de estar também a beber chá?

Represente-se por  $Ca$ ,  $Ch$  e  $G$  os acontecimentos “a Rita pediu Café”, “Chá” ou um “Galão” respectivamente e por  $S$  o acontecimento “a Rita pediu uma sandes mista”.

O objectivo é então calcular

2. Seja  $X$  uma variável aleatória com a seguinte função distribuição  $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x/20 & 0 \leq x < 1 \\ x^2/16 & 1 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$

- a. [15] Calcule  $P(0.5 < X < 1.5)$  e  $P(X > 2 | X > 1)$

- b. [10] Classifique justificadamente a variável aleatória.

3. [15] Um jogo consiste em rematar uma bola de futebol de determinado ponto até fazer golo e contar o número de tentativas,  $X$ . Assuma que este número,  $X$ , pode ser modelado por uma variável aleatória de média 5.4 e variância 9. Se se realizarem 100 partidas do referido jogo qual a probabilidade do **número total de tentativas feitas** ser inferior a 560?

4. Considere a seguinte variável aleatória bidimensional com função densidade dada por  $f(x, y) = 6x^3\sqrt{y}$ ,  $0 < x < 1$ ,  $0 < y < 1$
- [15]** Calcule  $P(X > 0.2)$  e  $P(X > 2Y)$
  - [15]** Determine o valor esperado condicionado de  $X$  quando  $Y = 0.5$ .

5. Seja  $(X, Y)$  uma variável aleatória bidimensional discreta com a seguinte função probabilidade

$x \backslash y$	0	1	2
-1	0.05	0.20	0.15
0	0.10	0.10	0.10
1	0.05	0.20	0.05

- [15]** Calcule  $P(X \geq 0)$  e  $P(X \geq 0 | Y = 1)$ . Será que o resultado obtido lhe permite concluir sobre a independência das variáveis? Justifique.
  - [15]** Calcule  $\text{var}(X + Y)$
6. O número de reclamações que chegam durante os dias úteis a determinada operadora de telecomunicações segue um processo de Poisson com taxa média de 0.2 por minuto.
- [10]** Qual a probabilidade de num período de 10 minutos chegarem menos de 5 reclamações?  
 0.9834                       0.0902                       0.0361                       0.9473
  - [15]** Qual a probabilidade de durante uma hora chegarem mais de 15 reclamações, sabendo que nos primeiros 10 minutos chegaram 5?
7. De uma população normal de média 4 e variância 4 recolheu-se uma amostra casual de dimensão  $n > 2$ .
- Compare  $P(3 < X < 5)$  com  $P(3 < \bar{X} < 5)$  (qual delas é menor) justificando a sua resposta.
  - Qual a dimensão mínima da amostra a recolher para que a probabilidade da média da amostra divergir da média da população por um valor inferior a 0.2 seja superior a 95%?
8. [15] Sejam  $X$  e  $Y$  duas variáveis aleatórias contínuas independentes. Assumindo que  $E(X)$  e  $E(Y)$  existem, prove que  $E(XY) = E(X)E(Y)$ .
9. [10] Prove que se  $X \sim t_{(r)}$  então  $Y = X^2 \sim F(1, r)$

OUTRAS VERSÕES

**1a [10]** Se se observar 10 dias escolhidos aleatoriamente qual a probabilidade de em exatamente 4 deles a Rita tomar café simples?

0.0881       0.9672       0.1876       0.0430

**1a [10]** Se se observar 15 dias escolhidos aleatoriamente qual a probabilidade de em exatamente 4 deles a Rita tomar café simples?

0.8358       0.1876       0.0881       0.0430

**1a [10]** Se se observar 10 dias escolhidos aleatoriamente qual a probabilidade de em exatamente 6 deles a Rita tomar café simples?

0.0430       0.9991       0.0055       0.0881

**1a [10]** Se se observar 15 dias escolhidos aleatoriamente qual a probabilidade de em exatamente 6 deles a Rita tomar café simples?

0.0881       0.9819       0.0055       0.0430

6a. O número de reclamações que chegam durante os dias úteis a determinada operadora de telecomunicações segue um processo de Poisson com taxa média de 0.2 por minuto.

a. **[10]** Qual a probabilidade de num período de 10 minutos chegarem menos de 5 reclamações?  
0.9834       0.0902       0.0361       0.9473

6a. O número de reclamações que chegam durante os dias úteis a determinada operadora de telecomunicações segue um processo de Poisson com taxa média de 0.2 por minuto.

b. **[10]** Qual a probabilidade de num período de 15 minutos chegarem menos de 5 reclamações?  
0.9161       0.8153       0.1680       0.1008

6a. O número de reclamações que chegam durante os dias úteis a determinada operadora de telecomunicações segue um processo de Poisson com taxa média de 0.2 por minuto.

c. **[10]** Qual a probabilidade de num período de 10 minutos chegarem menos de 6 reclamações?  
0.9955       0.0120       0.9834       0.0361

6a. O número de reclamações que chegam durante os dias úteis a determinada operadora de telecomunicações segue um processo de Poisson com taxa média de 0.2 por minuto.

d. **[10]** Qual a probabilidade de num período de 15 minutos chegarem menos de 6 reclamações?  
0.9161       0.1008       0.0504       0.0966